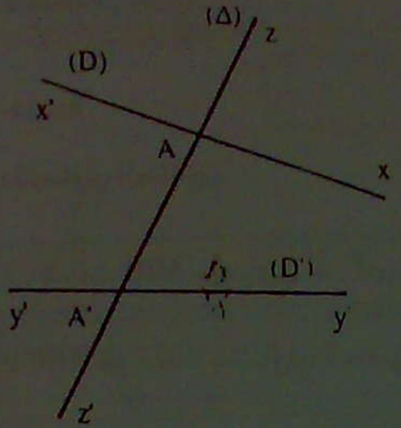
ملخص لأهم نتائج الهندسة المستوية

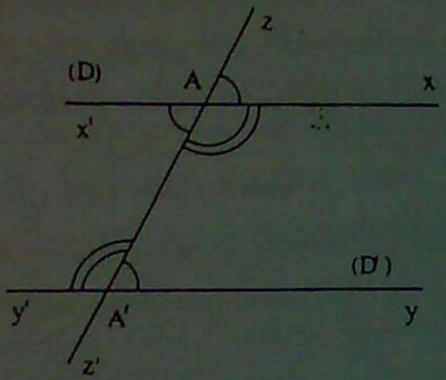
1) الزوايا

1- مجموع قياسات زوايا مثلث تساوي $180°$

2- الزوايا المكونة من متوازيين وقاطع



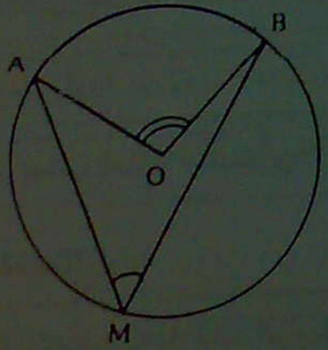
* (D) و(D') مستقيمان يقطعهما مستقيم (Δ) في A و A' على التوالي :
  - الزاويتان $[\widehat{x'AA'}]$ و $[\widehat{yYA'}]$ (وكذلك الزاويتان $[\widehat{xAA'}]$ و $[\widehat{y'A'A}]$) تسميان زاويتين متبادلتين داخليا.
  - الزاويتان $[\widehat{xAz}]$ و $[\widehat{yA'A}]$ تسميان زاويتين متناظرتين.



* نعتبر زاويتين محددتين بمتوازيين وقاطع.
إذا كانتا متبادلتين داخليا فإنهما تكونان متقايستين.
إذا كانتا متناظرتين فإنهما تكونان متقايستين.

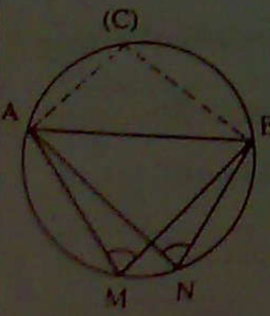
* إذا حدد قاطع (Δ) لمستقيمين (D) و (D') زاويتين متبادلتين داخليا متقايستين (أو متناظرتين متقايستين) فإن (D) و (D') يكونان متوازيين.

3- الزوايا المحيطية - الرباعيات الدائرية



* لتكن (C) دائرة مركزها O و A و B نقطتين من (C). لتكن M نقطة من (C) مختلفة عن A و B. الزاوية $[\widehat{AMB}]$ تسمى زاوية محيطية تحصر القوس $[\widehat{AB}]$ الذي لايحتوي على M. والزاوية $[\widehat{AOB}]$ التي تحصر نفس القوس تسمى الزاوية المركزية المرتبطة بها.

قياس زاوية محيطية في دائرة يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المرتبطة بها $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}.\widehat{AOB}$



لتكن A و B و M و N نقطا تنتمي إلى نفس الدائرة.
- إذا كانت M و N تنتميان إلى نفس نصف المستوى الذي حافته (AB) فإن $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$
- إذا كانت M و N لاتنتميان إلى نفس نصف المستوى الذي حافته (AB) فإن $\widehat{AMB} + \widehat{ANB} = 180°$

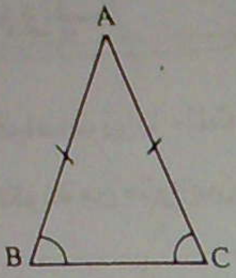
إذا كانت A و B و M و N تنتمي إلى نفس الدائرة فإن الرباعي الذي رؤوسه هي النقط A و B و M و N يسمى رباعيا دائريا والنقط A وB و M و N تسمى نقطا متداورة.

لتكن A و B و M و N نقطا من المستوى.
إذا كان $\widehat{AMB} = \widehat{ANB}$ و M و N في نفس نصف المستوى الذي حافته (AB) فإن النقط A و B و M و N متداورة.
إذا كان $\widehat{AMB} + \widehat{ANB} = 180°$ و M و N ليسا في نفس نصف المستوى الذي حافته (AB) فإن النقط A و B و M و N متداورة.

2 المثلثات

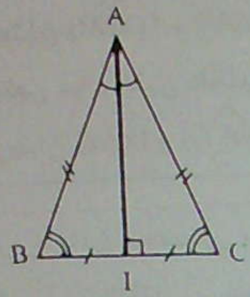
1- مثلثات خاصة

▫ المثلث المتساوي الساقين



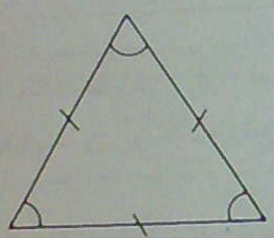
* نقول إن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A إذا كان $AB = AC$

* المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين رأسه A يكافيء $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$



* إذا كان ABC مثلثا متساوي الساقين رأسه A بحيث I هو منتصف [BC].
فإن (AI) هو في نفس الوقت متوسط وارتفاع وواسط القطعة [BC] ومنصف الزاوية $[\widehat{BAC}]$ (أو بشكل ملخص (AI) هو محور تماثل المثلث ABC) .

* ليكن ABC مثلثا و I نقطة من [BC].
إذا كان (AI) متوسطا وارتفاعا أو متوسطا ومنصفا للزاوية $[\widehat{BAC}]$ أو ارتفاعا ومنصفا للزاوية $[\widehat{BAC}]$ فإن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A.

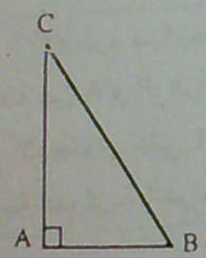


▫ المثلث المتساوي الأضلاع

* المثلث الذي أضلاعه الثلاثة متقايسة يسمى مثلثا متساوي الأضلاع.

* قياس كل زاوية من زوايا المثلث المتساوي الأضلاع يساوي $60°$.

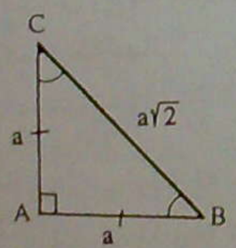
* محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع هي واسطاته.



▫ المثلث القائم الزاوية

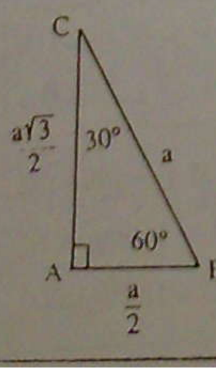
* نقول إن المثلث ABC قائم الزاوية في A إذا كان $\widehat{BAC} = 90°$.

* **مبرهنة فيثاغورس**



* إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A فإن $BC^2 = AB^2 + AC^2$
إذا كان ABC مثلثا وكان $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإن ABC قائم الزاوية في A .

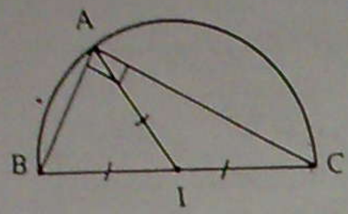
* إذا كان ABC مثلثا متساوي الساقين وقائم الزاوية في A فإن $BC = AB\sqrt{2}$



* إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A وكان $\widehat{ACB} = 30°$ فإن :
$AB = \frac{BC}{2}$ و $AC = BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

* إذا كان ABC مثلثا متساوي الأضلاع طول ضلعه يساوي a فإن ارتفاعه يساوي $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

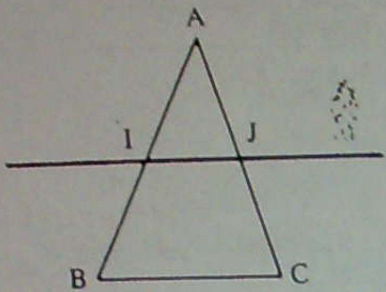
ملخص لأهم نتائج الهندسة المستوية



* إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث I هو منتصف [BC] فإن I هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC : $IA = IB = IC$

* إذا كانت A نقطة من الدائرة التي قطرها [BC] فإن $\widehat{BAC} = 90°$.

2- خاصية المنتصفين



* ليكن ABC مثلثا. و I منتصف [AB] .

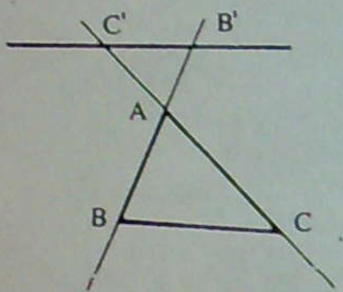
أ) إذا كان J هو منتصف [AC] فإن $(IJ) // (BC)$ و $IJ = \frac{1}{2} BC$.

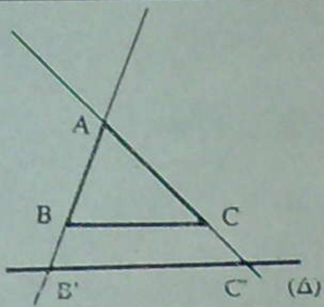
ب) المستقيم المار من I والموازي لـ (BC) يمر من منتصف [AC].

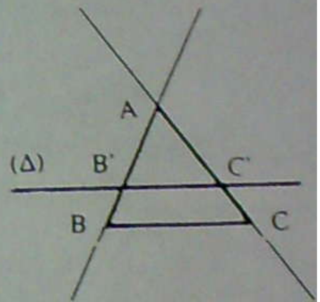
2- خاصية طاليس

* ليكن ABC مثلثا. و (Δ) مستقيما يوازي (BC) ويقطع (AB) و (AC) في 'B و 'C على التوالي :

لدينا : $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$





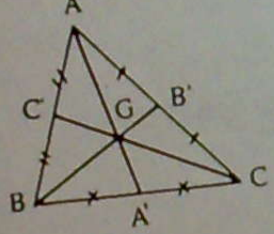


ليكن ABC مثلثا و'B نقطة من (AB). و 'C نقطة من (AC) بحيث موقع A بالنسبة لـ B و'B هو الموقع نفسه بالنسبة لـ C و 'C. (انظر الأشكال الثلاثة السابقة).

إذا كان $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ فإن $(B'C') // (BC)$.

النقط الهامة للمثلث

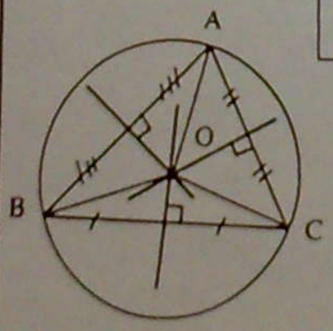
المتوسطات ومركز ثقل



متوسطات مثلث ABC تتقاطع في نفس النقطة G . هذه النقطة تسمى مركز ثقل المثلث ABC

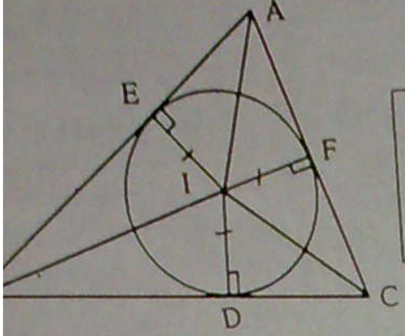
ولدينا : $AG = \frac{2}{3} AA'$ و $BG = \frac{2}{3} BB'$ و $CG = \frac{2}{3} CC'$

واسطات ومركز الدائرة المحيطة



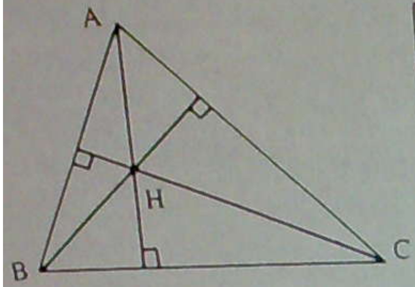
واسطات مثلث ABC تتقاطع في نفس النقطة O . هذه النقطة هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC : $OA = OB = OC$.

□ **المنصفات ومركز الدائرة المحاطة**



* منصفات زوايا مثلث تتقاطع في نفس النقطة I. هذه النقطة هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ABC. النقطة I متساوية المسافة عن كل ضلع من أضلاع المثلث ABC : $IE = IF = ID$

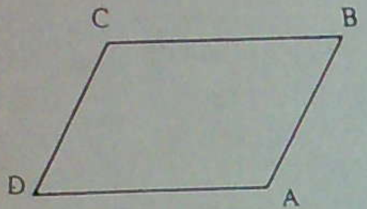
□ **الارتفاعات ومركز تعامد مثلث**



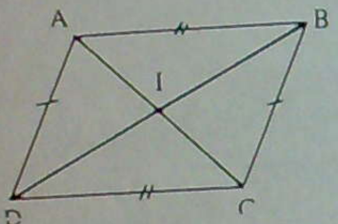
* ارتفاعات مثلث ABC تتقاطع في نفس النقطة H. هذه النقطة تسمى مركز تعامد المثلث.

3 الرياضيات الاعتيادية

1- متوازي الأضلاع

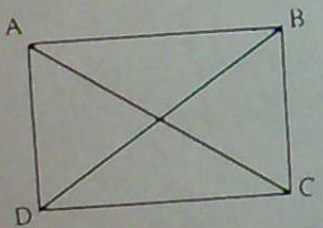


* يكون الرباعي ABCD متوازي الأضلاع إذا كان :
$AD \parallel (BC)$ و $(BC) \parallel (AD)$. أي حوامل الأضلاع المتقابلة متوازية.



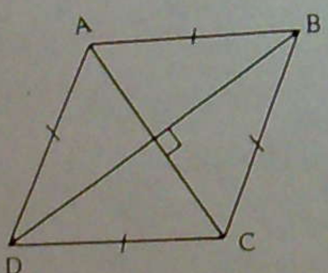
* ABCD رباعي و I نقطة تقاطع قطريه لدينا :
ABCD متوازي أضلاع يكافيء $IA = IC$ و $IB = ID$.
ABCD متوازي أضلاع يكافيء $(AB) \parallel (DC)$ و $AB = DC$.

2- المستطيل



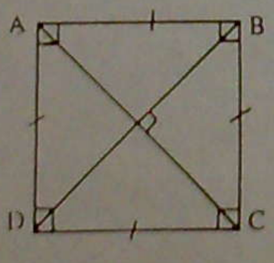
* المستطيل رباعي له أربع زوايا قائمة.
* يكون رباعيا ABCD مستطيلا إذا وفقط إذا كان متوازي أضلاع له زاوية قائمة.
* قطرا المستطيل متقايسان.
* إذا كان قطرا متوازي أضلاع متقايسين فإنه مستطيل.

3- المعين



* يكون رباعي ABCD معينا إذا كانت له أربع أضلاع متقايسة.
* يكون رباعي ABCD معينا إذا وفقط إذا كان متوازي أضلاع له ضلعان متتابعان متقايسان.
* قطرا المعين متعامدان.
* إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنه معين.

4- المربع



* المربع مستطيل له أربع أضلاع متقايسة.
* يكون رباعي ABCD مربعا إذا وفقط إذا كان معينا له زاوية قائمة.