

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول ( 5 نقاط ) :

ليكن  $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$  كثير حدود حيث

(1) أحسب  $P(3)$  ماذا تستنتج ؟

(2) حلل  $P(x)$  الى جداء عوامل من الدرجة الأولى .

(3) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$  المعادلة ذات المجهول  $x$  التالية  $P(x) = 0$  .

(4) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$  المتراجحة ذات المجهول  $x$  التالية  $P(x) \geq 0$  ثم استنتج إشارة  $P\left(\frac{2018}{1439}\right)$

التمرين الثاني (6 نقاط ) :

في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس نعتبر النقط  $A(1;3)$  و  $B(-3;-1)$  و  $C(2;-2)$  و لتكن  $G$  مركز ثقل

المثلث  $ABC$  و النقطة  $D$  معرفة بالعلاقة  $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$  .

(1) علم النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  .

(2) عين احداثيات النقطتان  $G$  و  $D$  .

(3) بين ان الرباعي متوازي أضلاع  $ABCD$  .

(4) بين أن النقط  $B$  و  $G$  و  $D$  في إستقامة .

(5) لتكن  $E$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث  $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 3\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\|$

عين ثم أنشئ المجموعة  $E$

(6) لتكن  $F$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث  $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 3\|\vec{MA} - \vec{MB}\|$

عين ثم أنشئ المجموعة  $F$  .

التمرين الثالث ( 5 نقاط ) :

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة  $f(x) = \frac{-x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$  حيث  $a, b$  عدنان حقيقيان و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم

متعامد متجانس .

عين العدان  $a$  ,  $b$  علماً أن  $(C_f)$  يقبل في النقطة  $A(1; -3)$  مماساً معامل توجيهه يساوي  $-1$ .

الجزء الثاني : نضع  $a = -6$  ,  $b = 1$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$ .

(2) عين حصر للدالة  $f$  على المجال  $[0;1]$

(3) عين القيم الحدية المحلية للدالة  $f$  (تدور النتائج الى  $10^{-2}$ )

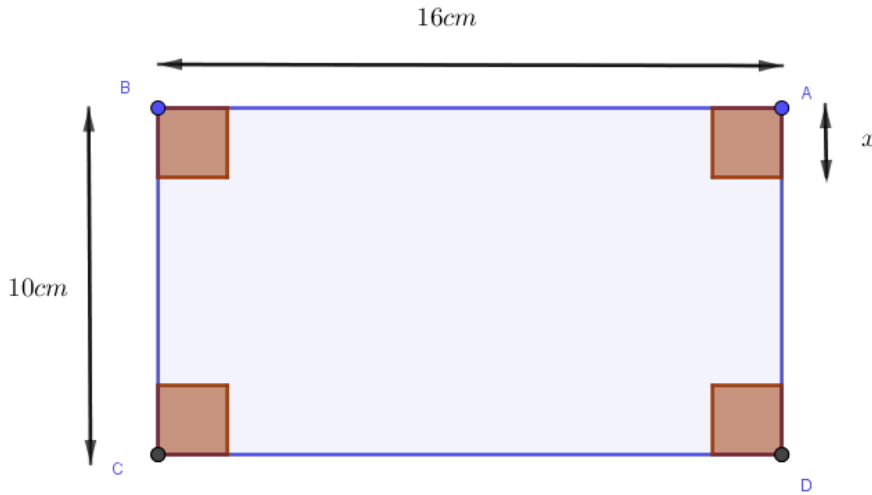
(4) أكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$ .

### التمرين الرابع ( 4 نقاط )

انطلاقاً من مستطيل بعده  $16$  ;  $10$  بالسنتيمترات نضع علبة على شكل متوازي مستطيلات قائم بالكيفية التالية :

من كل ركن من أركان المستطيل نقطع مربعاً طول ضلعه يساوي  $x$  ثم نرفع الجوانب بالطي كما هو موضح في الرسم.

حدد قيمة  $x$  ليكون حجم العلبة أكبر ما يمكن



مع تمنيات الاستاذ : جواليل أحمد - بالتوفيق و النجاح

ليكن  $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$  كثير حدود حيث

(1) حساب  $P(3)$  بالتعويض نجد  $P(3) = 3^3 - 4(3^2) + 3 + 6 = 27 - 36 + 9 = 0$  و منه 3 جذر لـ  $P(x)$

(2) تحليل  $P(x)$  الى جداء عوامل من الدرجة الأولى بطريقة هورن نشكل الجدول التالي

	1	- 4	1	6
3	0	3	-3	- 6
	1	- 1	-2	0

و منه نجد

$P(x) = (x-3)(x+1)(x-2)$  و منه  $(x^2 - x - 2) = (x+1)(x-2)$  و  $P(x) = (x-3)(x^2 - x - 2)$

(3) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$  المعادلة ذات المجهول  $x$  التالية  $P(x) = 0$  يكافئ  $(x-3)(x+1)(x-2) = 0$  يكافئ

$(x-3) = 0$  او  $(x+1) = 0$  او  $(x-2) = 0$  أي ان  $x = 3$  او  $x = -1$  او  $x = 2$  و منه مجموعة الحلول

$$S = \{-1; 2; 3\}$$

(4) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$  المتراجحة ذات المجهول  $x$  التالية  $P(x) \geq 0$  ندرس اشارة  $P(x)$

$x$	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
اشارة $(x-3)$	-	0	-	0	+
اشارة $(x+1)(x-2)$	+	0	-	0	+
اشارة $P(x)$	-	0	+	0	+

من الجدول نستنتج حلول المتراجحة هي  $S' = [-1; 2] \cup [3; +\infty[$

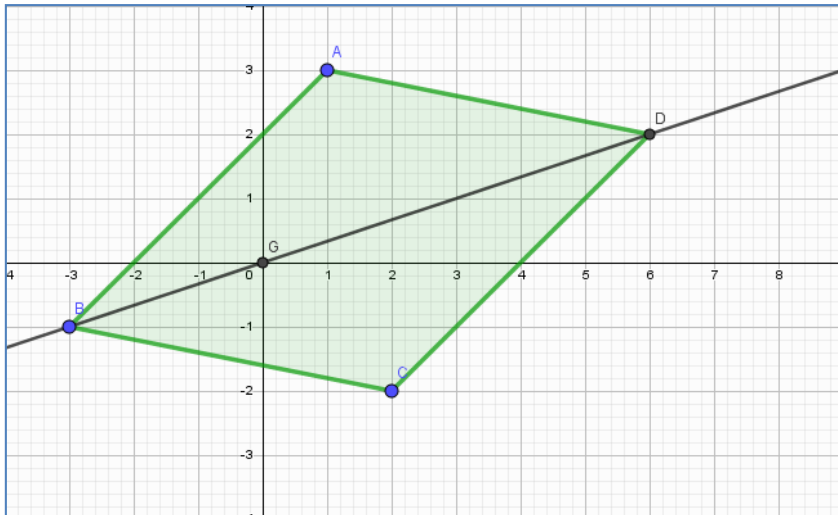
بما أن  $\left(\frac{2018}{1439}\right) = 1.4$  أي ان  $1 \leq \left(\frac{2018}{1439}\right) \leq 2$  فإن  $P\left(\frac{2018}{1439}\right) \geq 0$

أي ان العدد  $P\left(\frac{2018}{1439}\right)$  عدد موجب .

التمرين الثاني(6 نقاط) :

(1) تعليم النقط  $A$  و  $B$  و  $C$

(2) تعيين احداثيات النقطتان

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$


$$G(0;0) \text{ و منه } \begin{cases} x_G = 0 \\ y_G = 0 \end{cases} \text{ إذن } \begin{cases} x_G = \frac{1-3+2}{3} \\ y_G = \frac{3-1-2}{3} \end{cases} \text{ أي ان}$$

لدينا  $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{0}$  يعني ان  $D$  مرجح الجملة  $\{(C;1), (B;-1), (A;1)\}$  و منه

$$D(6;2) \text{ و منه } \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 2 \end{cases} \text{ إذن } \begin{cases} x_D = 1+3+2 \\ y_D = 3+1-2 \end{cases} \text{ أي ان } \begin{cases} x_D = \frac{x_A - x_B + x_C}{1-1+1} \\ y_D = \frac{y_A - y_B + y_C}{1-1+1} \end{cases}$$

(3) تبين ان الرباعي متوازي أضلاع  $ABCD$

لدينا  $\overrightarrow{AB}(-4;-4)$  و  $\overrightarrow{DC}(-4;-4)$  أي  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  فالرباعي  $ABCD$  متوازي اضلاع

(4) تبين أن النقط  $B$  و  $G$  و  $D$  في إستقامة: لتكن  $H$  منتصف القطعة المستقيمة  $[AC]$

لدينا  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$  أي  $G$  مرجح الجملة  $\{(B;1), (H;2)\}$  حيث و منه  $G$  تنتمي الى المستقيم

$$(1) \dots \dots \dots (BH)$$

يعني ان  $D$  مرجح الجملة  $\{(B;-1), (H;2)\}$  و منه  $D$  تنتمي الى المستقيم

$$(2) \dots \dots \dots (BH)$$

من (1) و (2) نستنتج أن  $B$  و  $G$  و  $D$  في استقامة .

(5) لتكن  $E$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث  $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$  تعني أن

$3MG = 3MD$  و منه  $MG = MD$  و منه  $E$  هي

محور القطعة المستقيمة  $[GH]$

إنشاء المجموعة  $E$  في الشكل المقابل

(6) لتكن  $F$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث

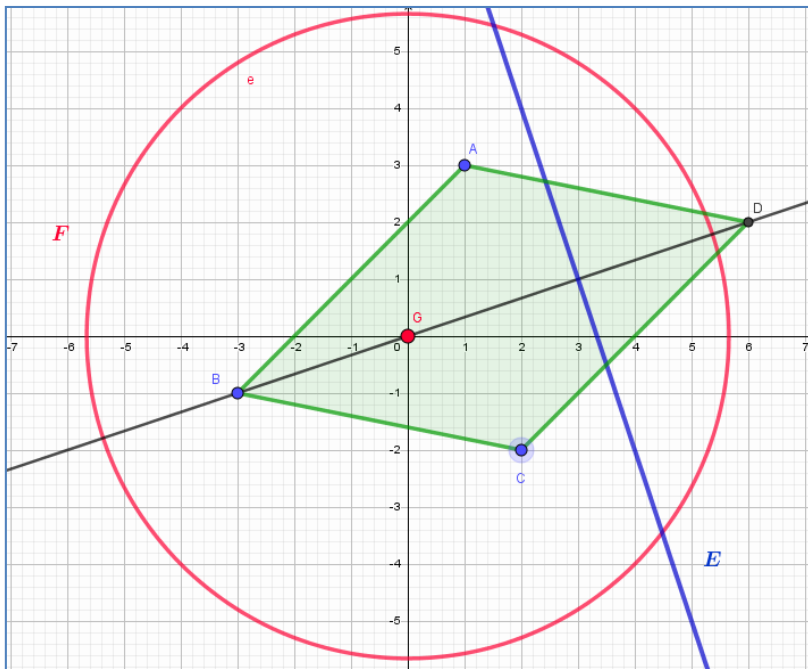
$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

يعني ان  $3MG = 3\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM}\|$  أي ان

$3MG = 3BA$  و منه  $MG = BA$  أي ان  $F$  هي

دائرة نصف قطرها  $[BA]$  و مركزها  $G$

انشاء المجموعة  $F$  في الشكل المقابل



تعيين العددين  $a, b$  علماً أن  $(C_f)$  يقبل في النقطة  $A(1; -3)$  مماساً معامل توجيهه يساوي  $-1$ . لدينا

$$\bullet f(1) = -3 \text{ يعني ان } \frac{-1+a+b}{2} = -3 \text{ أي ان (1) } a+b = -5 \dots\dots\dots$$

$$\bullet \text{ و } f'(1) = -1 \text{ لدينا و } f'(x) = \frac{(-2x+a)(x^2+1) - 2x(-x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2} \text{ ومنه}$$

$$\text{ و منه } -2-2b = -4 \text{ و } \frac{-a+(-2-2b)+a}{4} = -1 \text{ بالتعويض نجد } f'(x) = \frac{-ax^2 + (-2-2b)x + a}{(x^2+1)^2}$$

$$\text{ أي ان } b=1 \text{ بالتعويض في (1) نجد أن } a = -6$$

الجزء الثاني :

(1) دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$  : مما سبق لدينا  $f'(x) = \frac{-ax^2 + (-2-2b)x + a}{(x^2+1)^2}$  بالتعويض نجد

$$f'(x) = \frac{6x^2 - 4x - 6}{(x^2+1)^2} \text{ اشارتها من اشارة البسط } 6x^2 - 4x - 6 \text{ نحسب المميز } \Delta = 160 \text{ و منه لـ}$$

$$\left[ -\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3} \right] \text{ و منه } f' \text{ موجبة على المجالين } \begin{cases} x' = \frac{4+4\sqrt{10}}{12} = \frac{1+\sqrt{10}}{3} \\ x'' = \frac{4-4\sqrt{10}}{12} = \frac{1-\sqrt{10}}{3} \end{cases} \text{ جذرين هما } 6x^2 - 4x - 6$$

$$\left[ \frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right] \text{ و } f' \text{ سالبة على المجال } \left[ \frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right]$$

$$\text{ و منه } f \text{ متزايدة على هذين المجالين } \left[ \frac{1+\sqrt{10}}{3}; +\infty \right] \text{ و } \left[ -\infty; \frac{1-\sqrt{10}}{3} \right]$$

$$\text{ و } f \text{ متناقصة على هذا المجال } \left[ \frac{1-\sqrt{10}}{3}; \frac{1+\sqrt{10}}{3} \right]$$

(2) تعيين حصر للدالة  $f$  على المجال  $[0;1]$  الدالة  $f$  متناقصة تماماً على هذا المجال و منه  $f(1) \leq f(x) \leq f(0)$  أي ان  $-3 \leq f(x) \leq 1$

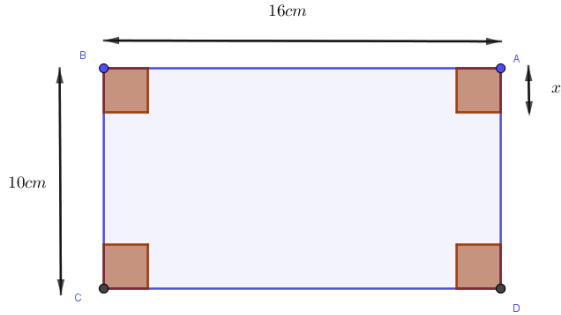
(3) تعيين القيم الحدية المحلية للدالة  $f$  هي  $f\left(\frac{1-\sqrt{10}}{3}\right) = 3.16$  قيمة حدية محلية كبرى و  $f\left(\frac{1+\sqrt{10}}{3}\right) = -3.16$

قيمة حدية محلية صغرى .

4) كتابة معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي  $y = f'(0)x + f(0)$  بما ان

$$y = 6x + 1 \quad \text{فإن} \quad f'(0) = 6, \quad f(0) = 1$$

التمرين الرابع (4 نقاط)



بعد عملية الطي و القص نحصل على علبة ارتفاعها هو  $x$  عرضها هو  $10 - 2x$  و طولها هو  $16 - 2x$  إذن بما انها أطوال يعني ان  $x$  ينتمي للمجال  $[0; 5]$  و حجم العلبة

$$v(x) = x(10 - 2x)(16 - 2x) \quad \text{هو}$$

$$v(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x \quad \text{و منه} \quad v(x) = x(160 - 52x + 4x^2) \quad \text{أي ان}$$

ندرس تغيرات الدالة  $v$  على المجال  $[0; 5]$

$$v'(x) = 12x^2 - 104x + 160$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{104 + 56}{24} = \frac{160}{24} = \frac{20}{3} \\ x'' = \frac{104 - 56}{24} = 2 \end{array} \right. \quad \text{نحسب المميز} \quad \Delta = 3136 \quad \text{لـ} \quad v'(x) \quad \text{جذرين هما}$$

الاول  $\frac{20}{3}$  خارج مجموعة التعريف

و الثاني 2 داخلها مقبول

و منه الدالة  $v$  متزايدة على المجال  $[0; 2]$  و متناقصة على

المجال  $[2; 5]$  أي ان  $v(2) = 144 \text{ cm}^3$  قيمة حدية كبرى

القيمة المطلوبة هي  $x = 2$

$x$	0	2	5
$v'(x)$		+	-
$v(x)$	0	144	0